

REGLA DEL TRAPECIO COMO MÉTODO NO DESTRUCTIVO PARA DETERMINAR DURACIÓN DEL ÁREA FOLIAR EN SOYA

TRAPEZOIDAL RULE AS A NON-DESTRUCTIVE METHOD FOR DETERMINING LEAF AREA DURATION IN SOYBEAN

Juan Manuel Loeza-Corte¹; Ernesto Díaz-López³; Irma Brena-Hernández²; Jesús Manuel Campos-Pastelín¹; Israel Jesús Orlando-Guerrero¹; Cándido Humberto Bravo-Delgado¹

¹Cuerpo Académico Energías Sustentables en Zonas Áridas, ²Ingeniería en Agroindustrias. Universidad de la Cañada, (UNCA). Carretera Teotitlán-San Antonio Nanahuatipam km 1.7, Paraje Titlacuautitla, Teotitlán de Flores Magón, Oaxaca. C. P. 68540, MÉXICO. Correo-e: manuel_loeza@unca.edu.mx (*Autor para correspondencia).

³Ingeniería en Agricultura Sustentable y Protegida. Universidad Tecnológica de Tehuacán (UTT). Prolongación de la 1 sur, Núm. 1101, San Pablo Tepetzingo, Tehuacán, Puebla. C. P. 75859, MÉXICO.

RESUMEN

El análisis de crecimiento vegetal es una herramienta útil para predecir variables respuesta como el área foliar y el índice de área foliar con respecto al tiempo. Estas variables son de gran utilidad para generar modelos matemáticos y predecir el comportamiento del crecimiento vegetal, con lo que se minimizan los muestreos destructivos. En el presente trabajo se generó un modelo matemático y se integró con el método del trapecio para describir la duración del área foliar en términos del índice de área foliar en función del tiempo. El método del trapecio demostró ser una prueba no destructiva, que es útil para explicar el comportamiento del rendimiento agronómico en cultivos de soya, con respecto a la duración del área foliar. Asimismo, se generó una matriz Vandermonde derivada de los datos del índice de área foliar y tiempo, a partir de la cual se obtuvo, a través de mínimos cuadrados, el polinomio de grado n . La integración del polinomio permitió calcular la duración del área foliar en los cultivos de soya sembrados en la región de La Cañada. Los resultados obtenidos en el presente estudio, indican que a través del software LabVIEW es posible calcular el valor real de duración del área foliar. Por otra parte, el método del trapecio, comparado con el método tradicional, es una herramienta útil no destructiva, la cual permite el cálculo de la integral del polinomio generado.

PALABRAS CLAVE: *Glycine max*, índice de área foliar, matriz de Vandermonde, rendimiento agronómico.

ABSTRACT

Plant growth analysis is a useful tool to predict response variables such as leaf area and leaf area index over time. These parameters are of great use for generating mathematical models and predicting plant growth behavior, thus minimizing destructive sampling. In this work, a mathematical model was generated and solved using the trapezoidal method, in order to describe leaf area duration in terms of leaf area index as a function of time. The trapezoidal method proved to be a non-destructive method, which is useful for explaining the agronomic yield behavior of soybean in relation to leaf area duration. Additionally, leaf area index and time data were used to generate a Vandermonde matrix, from which the polynomial of degree n was obtained by least squares. The integration of the polynomial allowed calculating the leaf area duration in soybean crops planted in the Cañada region. The results show that LabVIEW software can be used to calculate the actual value of leaf area duration. Moreover, the trapezoidal method, compared with the traditional method, is a useful, non-destructive tool for determining the integral of the polynomial generated.

KEYWORDS: *Glycine max*, leaf area index, Vandermonde matrix, agronomic yield.



La soya (*Glycine max* L.) es una leguminosa que pertenece a la familia de las papilionáceas de gran importancia en la alimentación por su alto contenido en proteína (Herrero *et al.*, 2010). Por tal motivo, se emplea en muchos productos agroindustriales tales como: aceites comestibles, harina de soya, alimentos balanceados para ganado, etc. (Cicore *et al.*, 2005; Oyhantçabal y Narbondo, 2012; Melgar *et al.*, 2011). Por otra parte, el rendimiento en los cultivos de soya, es el resultado de la interacción del genotipo por ambiente (Vázquez *et al.*, 2012; Márquez, 1992), con los componentes de rendimiento morfológicos y fisiológicos (Escalante y Kohashi, 1993). Dentro de estos últimos se encuentran el área foliar (AF), que es la superficie verde de los nomófilos que realizan fotosíntesis, y el índice de área foliar (IAF), que se define como el área fotosintética de la hoja respecto al área sembrada. Una herramienta útil para medir la capacidad fotosintética de un cultivo es la duración del área foliar, la cual se define como el tiempo que dura el índice de área foliar llevando a cabo de manera efectiva el proceso de autotrofia y está estrechamente relacionado con el rendimiento de los cultivos (Escalante, 1999). Los parámetros antes mencionados son de gran utilidad cuando se realiza un análisis de crecimiento vegetal y se requiere conocer el comportamiento de un genotipo bajo diferentes condiciones ambientales y factores de estudio. Ante la necesidad de buscar alternativas no destructivas al método tradicional, que permitan cuantificar la duración del AF se propuso el uso de la regla del trapecio, método matemático desarrollado para calcular el área bajo la curva de un polinomio de grado “n”, que aumenta su precisión con el incremento en el número de sub-intervalos de integración (Edwards, 2011). Este modelo se considera determinista porque sólo estima el valor de la variable dependiente, a diferencia de los modelos mecanicistas, donde intervienen parámetros que explican la relación de la influencia de otras variables dependientes (Zhang *et al.*, 2002; Wang *et al.*, 2012). Una limitante que se puede observar en el método del trapecio, es su aplicación al cálculo en la duración del área foliar, debido a que la función que debe de ajustar dicho índice con respecto al tiempo, depende de la especie y del ajuste a modelos sigmoideos y no a un modelo polinomial. Lo anterior incrementa el grado de dificultad para resolver la integral a partir de la cual se obtiene la duración del área foliar. En este sentido, cuando se desea ajustar la curva a un modelo polinomial, es necesario utilizar métodos numéricos, particularmente el polinomio aproximado que arroje la función del índice de área foliar con respecto al tiempo, el cual al integrarse mediante la regla del trapecio resultará en la duración del área foliar. Este método presenta la ventaja de integrar en sub-intervalos, lo que permite conocer la duración del área foliar en cualquier momento del ciclo ontogénico del cultivo o etapa fenológica. Por lo tanto, el objetivo del presente estudio es comparar una prueba no destructiva como la regla del trapecio, cuando se utiliza para determinar la duración del área foliar con respecto al método tradicional. La hipótesis fue: a partir

The soybean (*Glycine max* L.) is a legume belonging to the Papilionaceae family. It has great importance in food due to its high protein content (Herrero *et al.*, 2010). For this reason, it is used in many agro-industrial products such as edible oils, soy flour, balanced livestock feed, etc. (Cicore *et al.*, 2005; Oyhantçabal and Narbondo, 2012; Melgar *et al.*, 2011). On the other hand, the yield in soybean crops is the result of genotype-environment interaction (Vázquez *et al.*, 2012; Márquez, 1992) with morphological and physiological yield components (Escalante and Kohashi, 1993). The latter include leaf area (LA), which is the green surface of the typical leaves that perform photosynthesis, and leaf area index (LAI), defined as the photosynthetic area of the leaf relative to the planted area. A useful tool to measure the photosynthetic capacity of a crop is leaf area duration, which is defined as the time that the leaf area index effectively carries out the autotrophic process and is closely linked to crop yield (Escalante, 1999). The above parameters are of great use when conducting plant growth analysis and determining the behavior of a genotype under different environmental conditions and study factors. Given the need to find non-destructive alternatives to the traditional method to quantify LA duration, this paper proposes using the trapezoidal rule, a mathematical method developed to calculate the area under the curve of a polynomial of degree “n”, which increases its accuracy as the number of integration sub-intervals increases (Edwards, 2011). This model is considered deterministic because it only estimates the value of the dependent variable, unlike mechanistic models, which include parameters that explain the relationship of the influence of other dependent variables (Zhang *et al.*, 2002; Wang *et al.*, 2012). One constraint that can be seen in the trapezoidal method is its use in calculating leaf area duration, since the function that must fit this index against time depends on the species and the fit to sigmoid models and not to a polynomial model. This increases the degree of difficulty for solving the integral from which leaf area duration is obtained. In this sense, when one wants to fit the curve to a polynomial model, it is necessary to use numerical methods, particularly the approximate polynomial that produces the function of the leaf area index against time, which when integrated by the trapezoidal rule results in leaf area duration. This method has the advantage of integrating into sub-intervals, which allows knowing the leaf area duration at any time during the crop's ontogenetic cycle or phenological stage. Therefore, the objective of this study is to compare the use of a non-destructive test, namely the trapezoidal rule, to the traditional method for determining leaf area duration. The hypothesis was: from the graph of leaf area index over time, it is possible to obtain a polynomial of degree “n”, which when integrated allows determining leaf area duration in soybean crops.

MATERIALS AND METHODS

This study was conducted under field conditions at the facilities of the Universidad de la Cañada, located at 18°

de la gráfica del índice de área foliar con respecto al tiempo, es posible obtener un polinomio de grado “n”, el cual al integrarse, permite determinar la duración del área foliar en los cultivos de soya.

MATERIALES Y MÉTODOS

El presente estudio, se llevó a cabo bajo condiciones de campo en las instalaciones de la Universidad de La Cañada, ubicada a 18° 06' latitud norte, 98° 06' longitud oeste y 880 m de altitud, bajo un clima Bs₀é'g que corresponde a un clima seco con una precipitación menor a 400 mm, con una distribución de las lluvias entre los meses de junio a septiembre. La oscilación anual de la temperatura es mayor a 14 °C y el mes más cálido es abril que se presenta antes del solsticio de verano (García, 2005). Para lograr un mejor control sobre las variables que afectan el área, el índice de área foliar, se midió la temperatura máxima y mínima, y la precipitación de la zona, con ayuda de una estación meteorológica automatizada Vantage Pro-2. Se utilizó material genético de soya (*Glycine max* L.) Merrill cv. Júpiter, el cual se sembró el 6 de julio de 2012, en bolsas de polietileno de capacidad de 2 kg en donde se depositaron dos semillas y se realizó un aclareo para dejar solo una plántula. El arreglo topológico fue 0.30 x 0.30 x 0.80 m, y dio como resultado una densidad de población de 4.16 plantas·m⁻², las bolsas se llenaron con suelo de la zona (luvisol mezclado con hojarasca) a una proporción de 2:1 v/v, valor de pH de 6.5, conductividad eléctrica de 1.7 dS·m⁻¹ y 2.5 % de materia orgánica. Todo el experimento se fertilizó con 150-90-60 de NPK, cuyas fuentes de estos nutrimentos fueron urea (46 % N), superfosfato de calcio triple (46 % P₂O₅) y óxido de potasio (60 % K₂O).

La determinación del área foliar se realizó por medio del método del área del triángulo, ya que cada foliolo se asemeja a un triángulo, con ayuda de la fórmula:

$$A = \frac{Bh}{2} \quad (1)$$

De acuerdo con la metodología propuesta por Escalante y Kohashi, (1993), los muestreos para obtener el área foliar fueron destructivos, y se realizaron cada 20 días y con tres plantas en competencia completa, las cuales fueron cortadas por la mañana para evitar que éstas se deshidrataran. Posteriormente se trasladaron al laboratorio para separar las láminas foliares de cada foliolo, hasta completar el ciclo ontogénico del cultivo. Con los datos obtenidos se procedió a determinar el índice de área foliar por medio de la siguiente ecuación (Garduño *et al.*, 2009):

$$IAF = \frac{(AF)(DP)}{10,000} \quad (2)$$

donde AF es el área foliar y DP es la densidad de población.

Una vez que se obtuvo el índice de área foliar, se graficó en función del tiempo, para encontrar el polinomio de ajuste

06' north latitude, 98° 06' west longitude and 880 masl, under a Bs₀é'g climate, which is a dry climate with less than 400 mm rainfall, with rainfall distribution from June to September. The annual temperature range is more than 14 °C and the hottest month is April, prior to the summer solstice (García, 2005). For better control over the variables leaf area and leaf area index, maximum and minimum temperatures and area rainfall were measured using a Vantage Pro-2 automatic weather station. Genetic material of soybean (*Glycine max* L.) Merrill cv. Jupiter was used. The material was sown on July 6, 2012, in 2-kg polyethylene bags where two seeds were deposited and thinning was done to leave only one seedling. The topological arrangement was 0.30 x 0.30 x 0.80 m, resulting in a population density of 4.16 plants·m⁻²; the bags were filled with area soil (luvisol mixed with litter) at a ratio of 2:1 v/v, with pH 6.5, electrical conductivity of 1.7 dS·m⁻¹ and 2.5 % organic matter. The entire experiment was fertilized with 150-90-60 NPK; the sources of these nutrients were urea (46 % N), triple calcium superphosphate (46 % P₂O₅) and potassium oxide (60 % K₂O).

Leaf area was determined by means of the triangle area method, since each leaflet is similar to a triangle, using the formula:

$$A = \frac{Bh}{2} \quad (1)$$

According to the methodology proposed by Escalante and Kohashi, (1993), the samplings to obtain leaf area were destructive, and were conducted every 20 days with three plants in full competition, which were cut in the morning to prevent them from dehydrating. They were later transferred to the laboratory to separate the leaf laminae (blades) from each leaflet, until completing the crop's ontogenetic cycle. Once the data were obtained, the leaf area index was determined using the following equation (Garduño *et al.*, 2009):

$$LAI = \frac{(LA)(PD)}{10,000} \quad (2)$$

where LA is leaf area and PD is population density.

Once the leaf area index was obtained, it was plotted against time to find the polynomial fit to the dispersion points of the graph by interpolation and polynomial curve fitting using the least squares method, adjusting the coefficients a_0, a_1, a_2, a_n such that $f(x_\beta) = y_\beta$. We can thus assert, from the point of view of linear algebra, that this is equivalent to selecting a function in the vector space of functions generated by the bases $\{1, x, x^2, x^n\}$ that form the set of polynomials of degree n . Based on the above, we obtained a linear system of equations of the form:

a los puntos de dispersión de la gráfica mediante la interpolación y ajuste de la curva del polinomio por el método de mínimos cuadrados, ajustando los coeficientes a_0, a_1, a_2, a_n tal que $f(x_\beta) = y_\beta$. Así, de este modo podemos aseverar, desde el punto de vista del álgebra lineal, que esto equivale a seleccionar una función en el espacio vectorial de funciones generadas por las bases $\{1, x, x^2, x^n\}$ que forman el conjunto de polinomios de grado n . Observando lo anterior, se obtuvo un sistema lineal de ecuaciones de la forma:

$$\begin{aligned} a_0 + a_1x_0 + a_2x_0^2 + a_nx_0^n &= y_0 \\ a_0 + a_1x_1 + a_2x_1^2 + a_nx_1^n &= y_1 \\ a_0 + a_1x_2 + a_2x_2^2 + a_nx_2^n &= y_2 \\ &\vdots \\ a_0 + a_1x_n + a_2x_n^2 + a_nx_n^n &= y_n \end{aligned} \quad (3)$$

Lo que generó la matriz de Vandermonde $M \cdot a = y$ donde: M , es la matriz $n \times n$ de la forma:

$$M = \begin{pmatrix} 1 & x_0 & x_0^2 & x_0^n \\ 1 & x_1 & x_1^2 & x_1^n \\ 1 & x_n & x_n^2 & x_n^n \end{pmatrix} \quad a = \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_n \end{pmatrix} \quad y \quad b = \begin{pmatrix} y_0 \\ y_1 \\ y_n \end{pmatrix} \quad (4)$$

El polinomio de interpolación que se ajusta a la curva del IAF en función de los días, resultó de la solución de la matriz de Vandermonde, y recibió el nombre de spline: $n=n$, donde " n " será el grado del polinomio $n=1,2,3,\dots,n$ (Edwards, 2011).

Una vez que se encontró el polinomio de ajuste, se procedió a integrar la función aplicando la regla del trapecio, como se muestra a continuación:

$$\int_{a'}^{b'} f(x) dx \approx \frac{b'-a'}{2n'} \left[f(a') + 2f\left(a' + \frac{b'-a'}{n'}\right) + 2f\left(a' + 2\frac{b'-a'}{n'}\right) + \dots + f(b') \right] \quad (5)$$

donde n' para el experimento corresponde a los tiempos en los cuales se realizaron los muestreos destructivos (Kreyszig, 2000; Mathews y Kurtis, 2000). Para determinar el área foliar e índice de área foliar en este estudio se plantearon $n'=5$ intervalos de la siguiente forma: (0-20; 20-40; 40-60; 60-80 y 80-100) días después de la siembra (DDS). Los resultados de la regla del trapecio se compararon con el método tradicional, el cual consiste en el siguiente modelo (Escalante y Kohashi, 1993):

$$DAF = \sum_{i=1}^n \left(\frac{(IAF_n + IAF_{n+1})(T_{n+1} - T_n)}{2} \right) \quad (6)$$

Como testigo se utilizó el programa LabVIEW versión 8.6 de la Compañía National Instruments, el cual se considera como una herramienta que se acerca al valor real del

$$\begin{aligned} a_0 + a_1x_0 + a_2x_0^2 + a_nx_0^n &= y_0 \\ a_0 + a_1x_1 + a_2x_1^2 + a_nx_1^n &= y_1 \\ a_0 + a_1x_2 + a_2x_2^2 + a_nx_2^n &= y_2 \\ &\vdots \\ a_0 + a_1x_n + a_2x_n^2 + a_nx_n^n &= y_n \end{aligned} \quad (3)$$

Which generated the Vandermonde matrix $M \cdot a = y$ where: M , is the $n \times n$ matrix of the form:

$$M = \begin{pmatrix} 1 & x_0 & x_0^2 & x_0^n \\ 1 & x_1 & x_1^2 & x_1^n \\ 1 & x_n & x_n^2 & x_n^n \end{pmatrix} \quad a = \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_n \end{pmatrix} \quad y \quad b = \begin{pmatrix} y_0 \\ y_1 \\ y_n \end{pmatrix} \quad (4)$$

The interpolating polynomial that fits to the LAI curve as a function of days resulted from the solution of the Vandermonde matrix, and was named spline: $n=n$, where " n " will be the degree of the polynomial $n=1,2,3,\dots,n$ (Edwards, 2011).

Once the polynomial fit was found, we proceeded to integrate the function using the trapezoidal rule as shown below:

$$\int_{a'}^{b'} f(x) dx \approx \frac{b'-a'}{2n'} \left[f(a') + 2f\left(a' + \frac{b'-a'}{n'}\right) + 2f\left(a' + 2\frac{b'-a'}{n'}\right) + \dots + f(b') \right] \quad (5)$$

where n' for the experiment corresponds to the times at which destructive samplings were carried out (Kreyszig, 2000; Mathews and Kurtis, 2000). To determine the leaf area and leaf area index in this study, the following $n'=5$ intervals were proposed: (0-20; 20-40; 40-60; 60-80 and 80-100) days after sowing (DAS). The results of the trapezoidal rule were compared with the traditional method, which consists of the following model (Escalante and Kohashi, 1993):

$$LAD = \sum_{i=1}^n \left(\frac{(LAI_n + LAI_{n+1})(T_{n+1} - T_n)}{2} \right) \quad (6)$$

As a control, National Instruments Corporation's LabVIEW version 8.6 software, which is considered to be a tool that approaches the actual value of the area under the curve of the generated polynomial, was used. The calculation of leaf area duration with the LabVIEW software using different polynomials is shown in Figure 1.

The experimental design used to compare the integration methods of the generated polynomial was completely randomized (CRD) following the model:

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij} \quad (7)$$

where μ , is the true overall mean; τ_i is the i -th treatment and ε_{ij} is the error of the i -th treatment in the j -th rep-

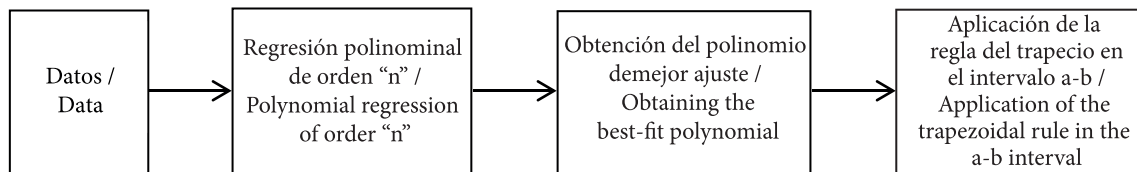


FIGURA 1. Algoritmo para calcular el área foliar del cultivo de soya (*Glycine max* L.) Merrill cv. Júpiter mediante el uso del programa LabVIEW.

FIGURE 1. Algorithm to calculate the leaf area of soybean (*Glycine max* L.) Merrill cv. Jupiter using LabVIEW software.

área bajo la curva del polinomio generado. El cálculo de la duración del área foliar con el programa LabView utilizando diferentes polinomios se muestra en la Figura 1.

El diseño experimental usado para comparar los métodos de integración del polinomio generado, fue completamente al azar (DCA) siguiendo el modelo:

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij} \quad (7)$$

donde μ , es la media general verdadera; τ_i , es el i -ésimo tratamiento y ε_{ij} es el error del i -ésimo tratamiento en la j -ésima repetición (Martínez, 1996). Los tratamientos evaluados en la estimación de duración del área foliar son: regla del trapecio, el método tradicional y el testigo, que se tomó de la regla del trapecio determinada por el programa LabVIEW, con un $n' = 100$ intervalos de integración, el cual puede considerarse como la aproximación más exacta al valor real del área bajo la curva generada mediante el método de mínimos cuadrados de los datos del índice de área foliar en función del tiempo, y tres repeticiones para cada método dando como resultado $(3 \times 3) = 9$ unidades experimentales. La unidad experimental, consistió en una bolsa de polietileno y una planta. Las variables respuesta para este caso fueron: área foliar; índice de área foliar y duración del área foliar. Además se midió el rendimiento de grano producido por la planta a madurez fisiológica, pesando el total de grano producido y el índice de cosecha con la fórmula:

$$IC = \frac{RA}{RB} \quad (8)$$

A las variables respuesta que resultaron estadísticamente significativas, se sometieron a la prueba de diferencia significativa honesta. El nivel de significancia fue $\alpha = 0.05$.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

La precipitación, así como las temperaturas máximas y mínimas se presentan en la Figura 2. Las temperaturas máximas oscilaron entre los 35 y 38 °C, mientras que las mínimas entre 9 y 15 °C. La precipitación pluvial de la zona se presentó en el periodo de julio a octubre, con lo que se abarcó el ciclo ontogénico del cultivo. Bajo las condiciones climáticas mencionadas, el cultivo se desarrolló de manera adecuada hasta alcanzar la madurez fisiológica.

licate (Martínez, 1996). The treatments evaluated in estimating leaf area duration were: the trapezoidal rule, the traditional method and the control, which was taken from the trapezoidal rule determined by the LabVIEW software, with a $n' = 100$ integration intervals, which can be considered as the most accurate approximation to the actual value of the area under the curve generated by the least squares method from the leaf area index data against time, and three replicates for each method, resulting in $(3 \times 3) = 9$ experimental units. The experimental unit consisted of a polythene bag and a plant. The response variables for this case were: leaf area, leaf area index and leaf area duration. In addition, the grain yield produced by the plant at physiological maturity was measured by weighing the total grain produced and the harvest index with the formula:

$$HI = \frac{AY}{BY} \quad (8)$$

The response variables that were statistically significant were subjected to the honestly significant difference test. The significance level was $\alpha = 0.05$.

RESULTS AND DISCUSSION

Precipitation and maximum and minimum temperatures are shown in Figure 2. Maximum temperatures ranged between 35 and 38 °C, while minimum temperatures were between 9 and 15 °C. Rainfall in the area occurred from July to October, covering the crop's ontogenetic cycle. Under the aforementioned weather conditions, the crop grew in an appropriate manner until reaching physiological maturity.

Leaf area and leaf area index showed a similar trend as can be seen in Table 1. Thus, the maximum values for both estimators occurred at 80 DAS with 0.3800 m² and 1.58, and then decreased at 100 DAS with 0.3547 m² and 1.475, respectively. This effect is due to the fact that crops, plantings or papilionaceae leaves such as soybean, bean and broad-bean exhibit the phenomenon of leaf senescence caused by the accumulation of abscisic acid (ABA) between the junction of the compound leaf petiole and the plant shoot. Due to the above, when soybean reaches physiological maturity, the crop starts losing typical leaves. This was demonstrated by Taiz and Zeiger (2003) and Nuñez *et al.* (1998), who reported that in some legume species, an abscission

El área foliar e índice de área foliar presentaron una tendencia similar como se puede apreciar en el Cuadro 1. Así los valores máximos para ambos estimadores, ocurrieron a los 80 DDS, con 0.3800 m² y 1.58, para posteriormente disminuir a los 100 DDS con 0.3547 m² y 1.475, respectivamente. Este efecto se debe a que los cultivos, las

area caused by ABA accumulation forms at the base of petiole as a plant response to some type of stress, such as water stress, to reduce the transpiration area. This mechanism is also influenced by the age of the leaf, since as it ages it gradually accumulates this plant growth regulator in the area mentioned. This causes the concavity of the leaf

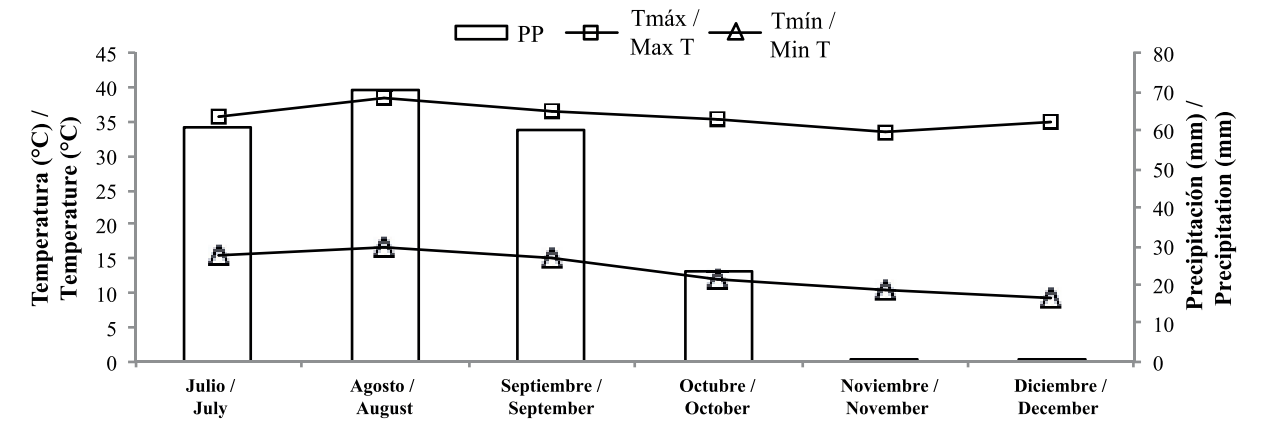


FIGURA 2. Temperatura máxima y mínima promedio, y precipitación, en la Universidad de La Cañada, durante el ciclo ontogénico del cultivo de soja (*Glycine max* L.) Merrill cv. Júpiter. Verano 2012.

FIGURE 2. Mean maximum and minimum temperatures, and rainfall, at the Universidad de La Cañada during the ontogenetic cycle of the soybean (*Glycine max* L.) Merrill cv. Jupiter crop. Summer 2012.

CUADRO 1. Área e índice de área foliar a lo largo del cultivo de la soja (*Glycine max* L.) Merrill cv. Júpiter sembrada en la Universidad de La Cañada. Teotitlán de Flores Magón, Oaxaca. México. Verano 2012.

TABLE 1. Leaf area and leaf area index throughout the cultivation of soybean (*Glycine max* L.) Merrill cv. Jupiter planted at the Universidad de La Cañada. Teotitlán de Flores Magón, Oaxaca. México. Summer 2012.

	DDS (d) / DAS (d)					
	0	20	40	60	80	100
Área foliar (m ²) / Leaf area (m ²)	0	0.085	0.236	0.348	0.380	0.355
I AF (-) / LAI (-)	0	0.352	0.982	1.446	1.580	1.475

DS, días después de la siembra; IAF, índice de área foliar.
DAS, days after sowing; LAI, leaf area index.

siembras o las hojas papilionáceas como la soja, frijol y haba, presentan el fenómeno de senescencia foliar ocasionado por la acumulación de ácido absínico (ABA) entre la unión del peciolo de la hoja compuesta y el vástago de la planta. Debido a lo anterior, cuando la soja alcanza su madurez fisiológica, el cultivo comienza a perder nomófilos. Esto fue demostrado por Taiz y Zeiger (2003) y Nuñez *et al.* (1998), quienes reportaron que en algunas especies de leguminosas, en la base del peciolo se forma una zona de abscisión provocada por acumulación de ABA, en respuesta de la planta a algún estrés como el hídrico, para disminuir la zona de transpiración. Este mecanismo también está influenciado por la edad de la hoja, ya que al envejecer, ésta acumula gradualmente dicho fitorregulador en la zona mencionada. Lo anterior ocasiona que la

area or LAI graph to be negative. This is similar to what was reported by Díaz *et al.* (2010), who found a maximum deployment of leaf area in bean at 105 DAS, which subsequently decreased due to the loss of compound leaves. For their part, Gutiérrez *et al.* (2004) showed that the maximum leaf area index for beans planted in the Montecillo area of the Estado de México is reached at 80 DAS, which differs from the findings reported in the present study. This fact can be largely attributed to the different species (soybean and bean) used, although they were planted under similar climatic conditions.

Data obtained from LAI and DAS were used to find the best-fit polynomial with respect to the distribution points, with which the following model was obtained:

concavidad de la gráfica de área foliar o *IAF*, sea negativa. Esto es similar a lo reportado por Díaz *et al.* (2010) quienes reportaron un máximo despliegue del área foliar en frijol a los 105 *DDS*, el cual disminuyó posteriormente debido a la pérdida de hojas compuestas. Por su parte Gutiérrez *et al.* (2004) mostraron que el índice de área foliar máximo para frijol sembrado en la zona de Montecillo, Estado de México, se alcanza a los 80 *DDS* lo que difiere con lo reportado en el presente estudio. Este hecho se puede atribuir en gran medida, a las diferentes especies utilizadas soya-frijol, aunque estas se hayan sembrado bajo condiciones climáticas similares.

Los datos obtenidos de *IAF* y *DDS* se utilizaron para encontrar el polinomio de mejor ajuste con respecto a los puntos de dispersión, con lo que se obtuvo el siguiente modelo:

$$y = 0.00000007x^4 - 0.00002x^3 + 0.0012x^2 + 0.00008x - 0.0001 \quad (9)$$

Al sustituir las variables “*x*” y “*y*” por *DDS* y *DAF* (duración del área foliar) de la ecuación (9) el modelo resultante fue:

$$DAF = 0.00000007DDS^4 - 0.00002DDS^3 + 0.0012DDS^2 + 0.00008DDS - 0.0001 \quad (10)$$

La Figura 3 corresponde al modelo obtenido y fue integrado por el método del trapecio utilizando el programa LabVIEW.

$$y = 0.00000007x^4 - 0.00002x^3 + 0.0012x^2 + 0.00008x - 0.0001 \quad (9)$$

By replacing the variables “*x*” and “*y*” by *DAS* and *LAD* (leaf area duration) of the equation (9), the resulting model was:

$$DAF = 0.00000007DDS^4 - 0.00002DDS^3 + 0.0012DDS^2 + 0.00008DDS - 0.0001 \quad (10)$$

Figure 3 corresponds to the model obtained and was integrated by the trapezoidal method using the LabVIEW software.

Table 2 shows the test of means for the proposed treatments. It was observed that the trapezoidal method (T_2) and control (T_0) were statistically similar with 102.23 and 102.55 days respectively, while the traditional method obtained a lower *LAD* average (101.42 days).

Increasing the number of integration intervals of the trapezoidal rule (“*n*”) approximates the actual value of the area under the curve, which corresponds to leaf area duration. In this case “*n*” was taken as 100. In this way, the polynomial proposed and calculated by least-squares is an extremely useful tool that can be used to propose leaf growth mathematical models involving *LA* duration over time. Thus, the model can be used to predict *LAD*, without the need to destroy the crop as is done with the traditional method, which is based on cutting the plant in the field and measuring the leaf area of the leaflets, in order to calculate the *LAI* and thus determine the *LAD*.

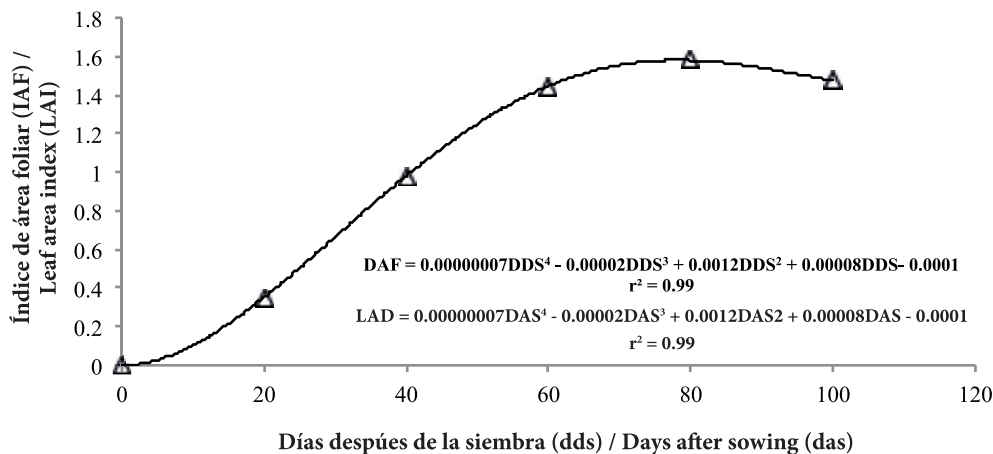


FIGURA 3. Cambios del IAF a lo largo del cultivo con el ajuste al modelo obtenido para determinar la duración del área foliar mediante el método del trapecio en soya (*Glycine max* L.) Merrill cv. Júpiter en la Universidad de La Cañada. Teotitlán de Flores Magón, Oaxaca. México. Verano 2012.

FIGURE 3. Changes in LAI throughout cultivation with the fit to the obtained model to determine leaf area duration using the trapezoidal method in soybean (*Glycine max* L.) Merrill cv. Jupiter at the Universidad de La Cañada. Teotitlán de Flores Magón, Oaxaca. México. Summer 2012.

CUADRO 2. Duración del área foliar, calculada por tres métodos en el cultivo de soya (*Glycine max* L.) Merrill cv. Júpiter, en la Universidad de La Cañada. Teotitlán de Flores Magón, Oaxaca. México. Verano 2012.

TABLE 2. Leaf area duration, calculated by three methods, in soybean (*Glycine max* L.) Merrill cv. Jupiter, at the Universidad de la Cañada. Teotitlán de Flores Magón, Oaxaca. México. Summer 2012.

Tratamiento / Treatment	DAF (d) / LAD (d)
T ₀	102.23 a [*]
T ₁	101.42 b
T ₂	102.55 a
DSH / HSD	0.80
CV %	3.2

^{*}Medias de tratamientos con la misma literal dentro de columnas son iguales; T₀, testigo; T₁, método tradicional; T₂, regla del trapecio; DSH, diferencia significativa honesta; CV, coeficiente de variabilidad.

^{*}Treatment means with the same letter within columns are equal; T₀, control; T₁, traditional method; T₂, trapezoidal rule; HSD, honestly significant difference; CV, coefficient of variation.

CUADRO 3. Rendimiento de grano, biomasa seca e índice de cosecha en soya (*Glycine max* L.) Merrill cv. Júpiter, en la Universidad de La Cañada. UNCA. Teotitlán de Flores Magón, Oaxaca, México. Verano 2012.

TABLE 3. Grain yield, dry biomass and harvest index in soybean (*Glycine max* L.) Merrill cv. Jupiter, at the Universidad de La Cañada. Teotitlán de Flores Magón, Oaxaca, México. Summer 2012.

Rendimiento de grano / Grain yield	Biomasa seca / Dry biomass	IC / HI
g·m⁻²		
192.00	650.00	0.29

En el Cuadro 2, se presenta la prueba de medias para los tratamientos propuestos. Se observó que el método del trapecio (T₂) y el testigo (T₀), fueron estadísticamente similares con 102.23 y 102.55 días respectivamente, mientras que el método tradicional obtuvo una duración promedio menor del área (101.42 días).

Al incrementar el número de intervalos de integración de la regla del trapecio ("n"), se aproxima al valor real del área bajo la curva, que corresponde a la duración del área foliar. En este caso "n" se tomó como 100. De este modo, el polinomio propuesto y calculado por mínimos cuadrados es una herramienta de gran utilidad que puede utilizarse para proponer modelos matemáticos de crecimiento foliar que involucren la duración del AF con respecto al tiempo. De esta forma, el modelo puede ser utilizado para predecir la DAF, sin la necesidad de destruir el cultivo como se realiza con el método tradicional, el cual se basa en cortar la planta en campo y medir el área foliar de los folíolos, para calcular el IAF y así determinar la DAF.

En el Cuadro 3, se presentan los resultados de rendimiento de grano, biomasa seca e índice de cosecha. Con una dosis de fertilización 150-90-60 de NPK, se obtuvo un rendimiento de 192.00 g·m⁻². Respecto al rendimiento

Grain yield, dry biomass and harvest index results are presented in Table 3. At a fertilization dose of 150-90-60 NPK, a yield of 192.00 g·m⁻² was obtained. For biological yield (biomass), a value of 650.00 g·m⁻², which was higher than the agronomic yield, was obtained. The harvest index reached a value of 0.29, which indicates that 29 % of the biomass produced by typical leaves during photosynthesis is translocated to the organ of anthropocentric interest (grain), while the remaining 71 % went to the formation of leaves, stems and pods. These data are consistent with those reported by Ressia *et al.* (2003), who inoculated glyphosate-resistant soybean cv. DM4700 seeds with *Bradyrhizobium japonicum*. In assessing seed yield an agronomic value of 197.3 g·m⁻² was obtained, while the biomass yield and harvest index were 607.5 g·m⁻² and 0.32, respectively. These data are similar to those reported in the present study, despite the use of different cultivars and planting sites.

CONCLUSIONS

The three methods studied are useful tools for determining leaf area duration in soybean crops. The results obtained from the LabVIEW software are the closest to the actual leaf area duration. With the trapezoidal rule, a value

.....

biológico (biomasa) se logró un valor de $650.00 \text{ g}\cdot\text{m}^{-2}$, lo que fue superior al rendimiento agronómico. El índice de cosecha alcanzó un valor de 0.29 el cual indica, que el 29 % de la biomasa producida por los nomófilos durante el proceso de fotosíntesis, se traslocó hacia el órgano de interés antropocéntrico (grano), mientras que el 71 % restante se destinó a la formación de hojas, tallos y vainas. Estos datos coinciden con lo reportado por Res-sia *et al.* (2003), quienes inocularon semillas de soya cv. DM4700 resistente a glifosato, con *Bradyrhizobium japonicum*. Al evaluar el rendimiento de semillas obtuvieron un valor agronómico de $197.3 \text{ g}\cdot\text{m}^{-2}$, mientras que el rendimiento de biomasa fue de $607.5 \text{ g}\cdot\text{m}^{-2}$; el índice de cosecha obtenido fue de 0.32, datos que son similares a lo reportado en el presente estudio a pesar

closer to the actual value than shown by the traditional method was obtained. Thus, the percentage variability of the trapezoidal rule and the traditional method compared with the control is 0.31 and 0.79 %, respectively, the percentage variation being 2.54 times higher in the traditional method compared to the trapezoidal rule. The mathematical model generated through the LAI with respect to time is a useful tool for determining LAD in the soybean crop planted under the conditions in La Cañada Oaxaqueña.

As a result of the above, we can conclude that the integration of a fourth-order model using the trapezoidal rule is of great help in minimizing traditional destructive samplings which have been used to determine leaf area duration in soybean, which generate costs in terms of inputs and labor.

NOMENCLATURA / NOMENCLATURE

Nombre de variable / Variable name	Simbología / Symbols	Unidad / Unit
Área del triángulo / Triangle area	A	m^2
Base del foliolo / Leaflet base	B	m
Altura de foliolo / Leaflet height	h	m
Índice de área foliar / Leaf area index	IAF / LAI	adimensional / dimensionless
Área foliar / Leaf area	AF / LA	m^2
Densidad de población / Population density	DP / PD	$\text{plantas}\cdot\text{m}^{-2} / \text{plants}\cdot\text{m}^{-2}$
Duración del área foliar / Leaf area duration	DAF / LAD	días / days
Tiempo / Time	T	días / days
Días después de la siembra / Days after sowing	dds / das	días / days
Variable respuesta del i -ésimo tratamiento en la j -ésima repetición / Response variable of the i -th treatment in the j -th replicate	y_{ij}	días / days
Media general verdadera / True overall mean	μ	días / days
i -ésimo tratamiento / i -th treatment	τ_i	días / days
Error del i -ésimo tratamiento en la j -ésima repetición / Error of the i -th treatment in the j -th replicate	ε_{ij}	días / days
Índice de cosecha / Harvest index	IC / HI	adimensional / dimensionless
Rendimiento agronómico / Agronomic yield	RA / AY	$\text{g}\cdot\text{m}^{-2}$
Rendimiento biológico / Biological yield	RB / BY	$\text{g}\cdot\text{m}^{-2}$

de tratarse de cultivares diferentes y diferentes lugares de siembra.

CONCLUSIONES

Los tres métodos estudiados son una herramienta útil para determinar la duración del área foliar en los cultivos de soya. Los resultados obtenidos a partir del programa LabVIEW son los más cercanos a la duración del área foliar real. Con la regla del trapecio se obtuvo un valor más cercano al real que el mostrado por el método tradicional. Así, la variabilidad porcentual de la regla del trapecio y el método tradicional respecto al testigo es de 0.31 y 0.79 %, respectivamente, siendo la variación porcentual 2.54 veces mayor en el método tradicional, con respecto a la regla del trapecio. El modelo matemático generado a través del IAF con respecto al tiempo es una herramienta útil para determinar la duración del AF en el cultivo de soya sembrado bajo las condiciones de La Cañada Oaxaqueña.

Debido a lo anterior, podemos concluir que la integración de un modelo de cuarto orden mediante la regla del trapecio, es de gran ayuda para minimizar los muestreos destructivos tradicionales que se han utilizado para determinar la duración del área foliar en soya, los cuales generan gastos en cuanto a insumos y mano de obra.

LITERATURACITADA

Cicore, P.; Sainz, R. H.; Hecheverría, H.; Barbieri, P. 2005. Materia seca nodular y nitrógeno acumulado en el cultivo de soya en función de la disponibilidad de agua y azufre y del sistema de labranza. *Ciencia del Suelo*. 23(2): 2005-210. Disponible en: http://www.suelos.org.ar/publicaciones/vol_23n2/cicore_205-210.pdf

Díaz, L. E.; Escalante, E. J. A.; Rodríguez, G. Ma. T.; Gaytán, A. A. 2010. Producción de frijol ejotero en función del tipo de espaldera. *Revista Chapingo Serie Horticultura*. 16(3): 215-221. doi:10.5154/r.rchsh.2010.16.027

Edwards, L. 2011. Introducción al álgebra lineal. Vol. II. LIMUSA. México, D. F. 659 p.

Escalante, E. J.A.; Kohashi, S. J. 1993. El rendimiento y crecimiento de frijol. Manual para toma de datos. Colegio de Postgraduados. Montecillo, Texcoco Estado de México.

Escalante, E. J. A. 1999. Área foliar, senescencia y rendimiento del girasol de humedad residual en función del nitrógeno. *Terra*. 17(2): 149-157. Disponible en: <http://www.chapingo.mx/terra/art149-157.pdf>

García, E. 2005. Modificaciones al sistema de clasificación climática de köppen, para adaptarlo a las condiciones de la república mexicana. Ed. UNAM. México. 217 p.

Garduño, G. J.; Morales, R. E. J.; Guadarrama, V. S.; Escalante, E. J. A. 2009. Biomasa y rendimiento de frijol con potencial ejotero en

unicultivo y asociado con girasol. *Revista Chapingo Serie Horticultura*. 15(1):33-39. Doi:10.5154/r.rchsh.2009.15.005

Gutiérrez, R. M.; Escalante, E. J. A.; Rodríguez, G. T.; Matthew, R. D. 2004. Índices de reflectancia y rendimiento de frijol con aplicaciones de nitrógeno. *Terra Latinoamericana*. 22: 409-416. Disponible en: <http://www.chapingo.mx/terra/contenido/22/4/409.pdf>

Herrero, R.; Cuniberti, M.; Fuentes, F.; Masiero, B.; Erazzu, L.; Giménez, F. 2010. Calidad industrial de cultivares de soja de los grupos de madurez II al VIII. RECSO. Campaña 2008/09. En: Soja. Actualización 2010. Informe de Actualización Técnica N° 17. pp. 129-131.

Kreyszig, E. 2000. Matemáticas avanzadas para ingeniería. LIMUSA. México, D. F. 871 p.

Márquez, S. F. 1992. Genotécnica Vegetal. Tomo I. Métodos, teoría y resultados. AGT. México, D. F.

Mathews, J.; Kurtis, D. F. 2000. Métodos numéricos con MatLab. PRENTICE HALL. Madrid, España. 736 p.

Martínez, G. A. 1996. Diseños experimentales. Métodos y elementos de teoría. Ed. Trillas, México. 756 p.

Melgar, R.; Vitti, G.; De Melo, V. 2011. Soja en Latinoamérica. Instituto Internacional de la potasa. Suiza. Boletín 20. 179 p. Disponible en: http://www.fertilizando.com/novedades/IIP_Boletin_20.pdf

Núñez, B. A.; Ritchie, A. J.; Smucker, A. J. M. 1998. El efecto de sequía en el crecimiento, la fotosíntesis y la intercepción de luz en frijol común. *Agronomía Mesoamericana*. 9(2): 1-8. Disponible en: http://www.mag.go.cr/rev_mesov09n02_001.pdf

Oyhantçabal, G.; Narbondo, I. 2012. Valorización del balance de N y P de la Soya en Uruguay. *Revista Iberoamericana de Economía Ecológica*. 19: 54-65. Disponible en: http://www.redibec.org/IVO/REV19_05.pdf

Ressia, M. J.; Lázaro, L.; Lina, C. L.; Mendivil, O. G.; Portela, R. G.; Balbuena, H. R. 2003. Sistemas de labranza e inoculación en soja, efectos sobre el crecimiento y rendimiento del cultivo. *Agrociencia*. 37(2): 167-176. Disponible en: <http://www.colpos.mx/agrocien/Bimestral/2003/mar-abr/art-7.pdf>

Taiz, L.; Zeiger, E. 1998. Plant Physiology. Sinauer. U. S. A. pp: 432-435.

Vázquez, C. M.; Santiago, R. D.; Salinas, M. Y.; Rojas, M. I.; Arellano, V. J.; Velázquez, C. G.; Espinoza, C. A. 2012. Genotype-environment interaction of yield and grain and tortilla quality of maize hybrids at the highlands of Tlaxcala, México. *Revista Fitotecnia Mexicana*. 35(3): 229-237. Disponible en: <http://www.revistafitotecniamexicana.org/documentos/35-3/5a.pdf>

Wang, J.; Gao, S.; Yuang, J.; Ma, F. 2012. Simulation of dry matter accumulation, partitioning and yield prediction in processing tomato (*Lycopersicon esculentum* Mill.). *Australian Journal of Crop Science*. 6(1): 93-100. Disponible en: http://www.cropj.com/wang_6_1_2012_93_100.pdf

Zhang, Y.; Li, C.; Zhou, X.; Moore, B. 2002. A simulation model linking crop growth and soil biogeochemistry for sustainable agriculture. *Ecological Modelling*. 151(1): 75-108. doi: 10.1016/S0304-3800(01)00527-0